

1  $a$  を正の実数とする。放物線  $y = x^2$  を  $C_1$  , 放物線  $y = -x^2 + 4ax - 4a^2 + 4a^4$  を  $C_2$  とする。以下の問に答えよ。

- (1) 点  $(t, t^2)$  における  $C_1$  の接線の方程式を求めよ。
- (2)  $C_1$  と  $C_2$  が異なる 2 つの共通接線  $l, l'$  を持つような  $a$  の範囲を求めよ。ただし  $C_1$  と  $C_2$  の共通接線とは,  $C_1$  と  $C_2$  の両方に接する直線のことである。

以下,  $a$  は (2) で求めた範囲にあるとし,  $l, l'$  を  $C_1$  と  $C_2$  の異なる 2 つの共通接線とする。

- (3)  $l, l'$  の交点の座標を求めよ。
- (4)  $C_1$  と  $l, l'$  で囲まれた領域を  $D_1$  とし, 不等式  $x \leq a$  の表す領域を  $D_2$  とする。 $D_1$  と  $D_2$  の共通部分の面積  $S(a)$  を求めよ。
- (5)  $S(a)$  を (4) の通りとする。 $a$  が (2) で求めた範囲を動くとき,  $S(a)$  の最大値を求めよ。