4　n を正の整数とし，n 次の整式 $P_n(x) = x(x+1)\cdots(x+n-1)$ を展開して $P_n(x) = \displaystyle\sum_{m=1}^{n} {}_nB_m x^m$ と表す。

(1)　等式 $\displaystyle\sum_{m=1}^{n} {}_nB_m = n!$ を示せ。

(2)　等式

$$P_n(x+1) = \sum_{m=1}^{n} ({}_nB_m \cdot {}_mC_0 + {}_nB_m \cdot {}_mC_1 x + \cdots + {}_nB_m \cdot {}_mC_m x^m)$$

を示せ。ただし，${}_mC_0,\ {}_mC_1,\ \cdots,\ {}_mC_m$ は二項係数である。

(3)　$k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n$ に対して，等式 $\displaystyle\sum_{j=k}^{n} {}_nB_j \cdot {}_jC_k = {}_{n+1}B_{k+1}$ を示せ。