4　関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ が区間 $a \leqq x \leqq b$ において連続であるとする．$a \leqq t \leqq b$ を満たす t に対して，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(t,\ f(t))$ における接線と，直線 $x = t + 1$ との交点を Q とする．M を座標平面上の定点とするとき，2 つのベクトル $\overrightarrow{MP}$ と $\overrightarrow{PQ}$ の内積 $(\overrightarrow{MP},\ \overrightarrow{PQ})$ は t の関数となる．2 点 $A(a,\ f(a))$，$B(b,\ f(b))$ に対して，$|\overrightarrow{AB}| = 1$ のとき、次の等式が成り立つことを証明せよ．

$$\int_a^b (\overrightarrow{MP},\ \overrightarrow{PQ})dt - (\overrightarrow{MA},\ \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}$$