

5 関数  $f(x)$  は  $x \geq 0$  で第 2 次導関数  $f''(x)$  をもち,  $x > 0$  で  $f'(x) > 0$ ,  $f''(x) > 0$  を満たすものとする. 曲線  $C: y = f(x)$  ( $x \geq 0$ ) 上の点  $P$  における接線と  $y$  軸との交点を  $Q$  とし,  $Q$  を通り  $x$  軸に平行な直線に  $P$  から垂線を引き交点を  $R$  とする.  $P$  が  $C$  上を動くとき  $R$  の描く曲線を  $C': y = g(x)$  として, 次の問に答えよ.

- (1)  $g(x)$  を  $x, f(x), f'(x)$  を用いて表せ.
- (2) 2 曲線  $C, C'$  と直線  $PR$  で囲まれる部分の面積を  $S_1$  とし, 曲線  $C$ , 直線  $PQ$  および  $y$  軸で囲まれる部分の面積を  $S_2$  とする. いま,  $P$  が  $C$  上を動くときつねに  $S_1 = S_2$  であり,  $C$  は 2 点  $(1, 0), (2, 7)$  を通るという.  $x \geq 0$  に対し関数  $f(x)$  を定めよ.