

4  $f(x) = x \sin x$  とおく .  $n$  を自然数とし ,  $I_n$  は区間  $[n\pi, (n+1)\pi]$  を表すとする .

(1) 区間  $I_n$  において  $|f(x)|$  を最大にする  $x$  の値を  $n\pi + a_n$  ( $0 \leq a_n \leq \pi$ ) とするとき

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{\pi}{2}$  を証明せよ .

(2)  $x$  が区間  $I_n$  を動くときの関数  $y = f(x)$  のグラフを  $C_n$  とし ,  $C_n$  と  $x$  軸が囲む図

形の面積を  $S_n$  ,  $x$  軸上の区間  $I_n$  を 1 辺として  $C_n$  を含む最小の長方形の面積を

$T_n$  とする .  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{T_n}$  を求めよ .