

# 5

(1)  $k > 1$  のとき

$$x \log x \geq (1 + \log k)(x - k) + k \log k$$

が  $x \geq 1$  に対して成り立つことを示せ .

(2)  $n$  を 2 以上の整数とする . このとき

$$a_n = \sum_{k=2}^n k \log k$$

とおけば , 次の不等式が成り立つことを示せ .

$$a_n < \int_{\frac{3}{2}}^{n+\frac{1}{2}} x \log x dx < \frac{1}{2} \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \left\{ \log \left( n + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \right\} + 1$$

ただし , 対数はすべて自然対数とする .