

3 点 O を中心とする半径 1 の円に内接する正 n 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ (頂点の番号は左回りにつける) を D で表す. D を点 O のまわりに角 2θ 回転した図形を $D_{2\theta}$ とし, この回転によって D の頂点 A_k はそれぞれ $D_{2\theta}$ の頂点 B_k にうつるものとする. θ が $0 \leq \theta < \frac{\pi}{n}$ の範囲にあるとき, 次の問に答えよ.

(1) 辺 A_1A_2 と辺 B_1B_n の交点を C とするとき, $\angle A_1OC = \theta$ を証明し, OC の長さを求めよ.

(2) D と $D_{2\theta}$ が重なる部分の面積 $S(\theta)$ と, $S(\theta)$ が最小となる θ の値を求めよ.