

4 xy 平面における原点 O を中心とする半径 1 の円周 C は鏡になっているものとする． C の内部に異なる 2 点 $P_0(x_0, y_0)$, $P_1(x_1, y_1)$ をとる．右図のように点 P_0 を出て点 P_1 を通り, C 上の点 A_1, A_2, A_3, \dots で反射をくり返しながらか進む光を考える．ただし, この光は C の内部では一定の速さで直進し, C に当たったときは反射の法則によって入射角と反射角が等しいように反射するものとする．たとえば, 図の点 A_1 においては $\angle P_0A_1O = \angle OA_1A_2$ となる．このとき, 次の問に答えよ．

- (1) 点 P_0, P_1 を結ぶ直線と原点 O との距離 d を, 点 P_0, P_1 の座標を用いて表せ．
- (2) この光がある時間後にふたたび線分 P_0P_1 上を点 P_0 から点 P_1 の向きに進んで行くための必要十分条件は, ある有理数 q が存在して $d = \cos(q\pi)$ を満たすことであることを示せ．