

2 座標平面上に、点  $A(p \sin \theta, p \cos \theta)$  と直線  $l: x \sin \theta + y \cos \theta + p = 0$  が与えられたとき、 $A$  までの距離と、 $l$  までの距離が等しいような点  $P$  の軌跡を  $C$  とする。ただし、 $p > 0, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  である。

- (1)  $C$  を原点のまわりに  $\theta$  だけ回転して得られる曲線の方程式を求めよ。
- (2)  $C$  と  $x$  軸とによって囲まれた部分の面積を  $S$  とする。 $S$  を  $p$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $p$  と  $\theta$  が関係  $p = \cos^2 \theta$  を満たし、 $\theta$  が  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき、 $S$  の最大値を求めよ。