

4  $f(x)$  は  $0 < x < 1$  で定義された正の値をとる微分可能な関数で  $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = \infty$  を満たし、さらに曲線  $C: y = f(x)$  は次の性質をもつという。  $C$  上に任意の点  $P$  をとり、原点  $O$  と点  $P$  を結ぶ直線と  $x$  軸のなす角を  $\theta$  とするとき、点  $P$  における曲線  $C$  の接線と  $x$  軸のなす角は  $2\theta$  である。ただし  $\theta$  は  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  の範囲にあるものとする。

(1)  $f(x)$  の満たす微分方程式を求めよ。

(2)  $g(x) = \frac{f(x)}{x} + \frac{x}{f(x)}$  とおく。  $g(x)$  の満たす微分方程式を求めよ。

(3)  $f(x)$  を求めよ。