

1  $f(x), g(x)$  を 2 次関数とし, 2 つの放物線

$$F: y = f(x) \quad G: y = g(x)$$

を考える. ただし,  $F$  は下に凸で原点  $O$  を頂点とし,  $G$  は上に凸でその頂点  $A$  は  $O$  と異なるものとする.  $G$  の上の点  $P$  を直線  $OA$  上にはないようにとる. 点  $O$  を通り直線  $AP$  に平行な直線と  $F$  との交点のうち,  $O$  以外の点を  $Q$  とする. さらに, 直線  $OA$  と直線  $PQ$  の交点を  $R$  とする.

このとき, 線分の長さの比  $\frac{AR}{OR}$  は点  $P$  のとり方に関係なく一定であることを示せ.