

5 $f(x)$ は 2 次の導関数を持ち, $f(0) < 0$ を満たす関数で, さらに次の性質をもつという. 原点を O とし, 曲線 $y = f(x)$ 上の任意の点 $P(x, y)$ に対し, 点 $(x, y + 1)$ を Q とするとき, $\angle OPQ$ の二等分線が曲線 $y = f(x)$ の点 P における法線になる.

このとき, 以下の問に答えよ.

- (1) $f(x)$ の満たす微分方程式を求めよ.
- (2) $g(x) = f'(x)$ とおくとき, $g(x)$ の満たす微分方程式を求めよ.
- (3) $f(0) = -1$ であるとき, $f(x)$ の形を決定せよ.