

5 黒玉が2個入っている箱がある．いま，次のような試行を繰り返す．箱から無作為に玉を1個取り出す．もし取り出した玉が黒玉ならばさいころを投げ，出た目が4以下のときはそれをそのまま箱に戻し，出た目が5以上のときはそれを白玉と取りかえて箱に戻す．もし取り出した玉が白玉ならばそのまま箱に戻す．

n 回目の試行が終わったとき箱に入っている白玉の数を X_n とし， $X_n = k$ である事象 $\{X_n = k\}$ の起こる確率を $P(X_n = k)$ で表す．

ただし， $P(X_0 = 0) = 1$ とする．次の問いに答えよ．

- (1) 事象 $\{X_{n-1} = 0\}$ および $\{X_{n-1} = 1\}$ のそれぞれのもとで事象 $\{X_n = 1\}$ の起こる条件つき確率を求めよ．
- (2) $P(X_n = 1)$ を $P(X_{n-1} = 1)$ を用いて表せ．
- (3) X_n の確率分布を求めよ．
- (4) n 回目の試行が終わったときに箱に入っている白玉の数がはじめて2個になる確率を求めよ．