

3 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) と双曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2} = 1$ ($c > 0$) を考える．点 $P(s, t)$ ($s > 0, t > 0$) を双曲線上にとり，原点 O と点 P を結ぶ線分と楕円の交点を Q とする．点 P における双曲線の接線が x 軸と交わる点を A ，点 Q における楕円の接線が x 軸と交わる点を B とする．

点 P を直線 PA と直線 QB が直交するようにとるとき，以下の問に答えよ．

- (1) 点 P の座標を求めよ．
- (2) 点 A, B はそれぞれ楕円，双曲線の焦点であることを示せ．
- (3) k を $0 < k < 1$ を満たす定数とする． a, b, c が $a^2 + c^2 = 1, a^2 - b^2 = k^2$ を満たしながら変化するとき，直線 PA と直線 QB の交点 R の y 座標が最大となるような a, b, c を求めよ．