

4 関数 $f(x) = 4\cos^2 x - 8\cos x + 3$ を考える . n, k を自然数とし

$$g_n(k) = f\left(\frac{\pi}{3n}\right) + f\left(\frac{2\pi}{3n}\right) + \cdots + f\left(\frac{k\pi}{3n}\right)$$

とおく . ただし $n \geq 2$ とする .

(1) n を固定する . $2 \leq k \leq 3n$ の範囲で $g_n(k-1) \geq g_n(k)$ となる k をすべて求めよ .

また , k が $1 \leq k \leq 3n$ の範囲を動くとき , $g_n(k)$ を最小とする k をすべて求めよ .

(2) (1) における $g_n(k)$ の最小値を G_n とする . このとき極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{G_n}{n}$ を求めよ .