

5 数列 $\{a_n\}$ において, 各項 a_n が $a_n \geq 0$ をみたし, かつ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2}$ が成り立つとする. さらに各 n に対し $b_n = (1 - a_1)(1 - a_2) \cdots (1 - a_n)$,
 $c_n = 1 - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)$ とおく.

- (1) すべての n に対し不等式 $b_n \geq c_n$ が成り立つことを, 数学的帰納法で示せ.
- (2) ある n について $b_{n+1} = c_{n+1}$ が成り立てば, $b_n = c_n$ となることを示せ.
- (3) $b_3 = \frac{1}{2}$ となるとき, $c_3 = \frac{1}{2}$ であることを示せ. また $b_3 = \frac{1}{2}$ となる数列 $\{a_n\}$ は全部で何種類あるかを求めよ.