

2 平面上に3つの放物線

$$C_1 : y = -x(x-1), \quad C_2 : y = x(x-1), \quad C : y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$$

を考える。いま実数 t に対して、 C は C_1 上の点 $(t, -t^2 + t)$ を通り、その点で C_1 と共通の接線をもつとする。

- (1) a, b を t を用いて表せ。
- (2) 2つの放物線 C, C_2 で囲まれた部分の面積 S を t を用いて表せ。
- (3) t を動かすとき、 S の最小値を求めよ。