

3 α を $|\alpha| = 1$ であるような複素数とし, 複素数の列 $\{z_n\}$ を

$$z_1 = 1, \quad z_2 = \frac{\alpha^4}{2}, \quad \frac{z_n}{z_{n-1}} = \frac{\alpha^2 \overline{z_{n-2}}}{4 \overline{z_{n-1}}} \quad (n = 3, 4, 5, \dots)$$

で定める. ただし, $\overline{z_n}$ は複素数 z_n の共役な複素数とする.

(1) 各 n に対し, z_n を求めよ.

(2) z_n の実部と虚部をそれぞれ x_n, y_n とし, $\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ とおくととき, 無限級数

の和 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k, \sum_{k=1}^{\infty} y_k$ をそれぞれ求めよ.