

2 自然数 m に対して、 m の相異なる素因数をすべてかけあわせたものを $f(m)$ で表すことにする。たとえば $f(72) = 6$ である。ただし $f(1) = 1$ とする。

(1) m, n を自然数、 d を m, n の最大公約数とするとき

$$f(d)f(mn) = f(m)f(n)$$

となることを示せ。

(2) 2つの箱 A, B のそれぞれに 1 番から 10 番までの番号札が 1 枚ずつ 10 枚入っている。箱 A, B から 1 枚ずつ札を取り出す。箱 A から取り出した札の番号を m 、箱 B から取り出した札の番号を n とするとき

$$f(mn) = f(m)f(n) \text{ となる確率 } p_1 \text{ と}$$

$$2f(mn) = f(m)f(n) \text{ となる確率 } p_2$$

を求めよ。