

4 数列 $\{a_k\}$ が $a_k < a_{k+1}$ ($k = 1, 2, \dots$) および $a_{kl} = a_k + a_l$, $k = 1, 2, \dots$, $l = 1, 2, \dots$ をみたすとする.

(1) k, l を 2 以上の自然数とする. 自然数 n が与えられたとき $l^{m-1} \leq k^n < l^m$ をみたす自然数 m が存在することを示せ.

(2) k, l を 2 以上の自然数とするとき $-\frac{1}{n} < \frac{a_k}{a_l} - \frac{\log k}{\log l} < \frac{1}{n}$, $n = 1, 2, \dots$ が成り立つことを示せ.

(3) $a_2 = a$ とするとき, 数列 $\{a_k\}$ の一般項を求めよ.