

3 N を 2 以上の自然数とする .

- (1) 関数 $f(x) = (N - x) \log x$ を $1 \leq x \leq N$ の範囲で考える . このとき , 曲線 $y = f(x)$ は上に凸であり , 関数 $f(x)$ は極大値を 1 つだけとる . このことを示せ .
- (2) 自然数の列 a_1, a_2, \dots, a_N を $a_n = n^{N-n}$ ($n = 1, 2, \dots, N$) で定める . a_1, a_2, \dots, a_N のうちで最大の値を M とし , $M = a_n$ となる n の個数を k とする . このとき $k \leq 2$ であることを示せ .
- (3) (2) で $k = 2$ となるのは , N が 2 のときだけであることを示せ .