

5  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $y = \log(nx)$  と  $\left(x - \frac{1}{n}\right)^2 + y^2 = 1$  の交点のうち第 1 象限にある点を  $(p_n, q_n)$  とする.

(1) 不等式  $1 - q_n^2 \leq \frac{(e-1)^2}{n^2}$  を示すことにより,  $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n = 1$  を証明せよ. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

(2)  $S_n = \int_{\frac{1}{n}}^{p_n} \log(nx) dx$  を  $p_n$  で表せ.

(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_n$  を求めよ.