

4 正の整数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

とおき, 1 以上 n 以下のすべての奇数の積を A_n とする.

(1) $\log_2 n$ 以下の最大の整数を N とするとき, $2^N A_n S_n$ は奇数の整数であることを示せ.

(2) $S_n = 2 + \frac{m}{20}$ となる正の整数の組 (n, m) をすべて求めよ.

(3) 整数 a と $0 \leq b < 1$ をみたす実数 b を用いて,

$$A_{20} S_{20} = a + b$$

と表すとき, b の値を求めよ.