

2 a, b を正の実数とし, $f(x) = x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1$ とする.

(1) c を実数とし, $f(x)$ が $x - c$ で割り切れるとする. このとき, $c > 0$ であり, $f(x)$ は $(x - c) \left(x - \frac{1}{c} \right)$ で割り切れることを示せ.

(2) $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるとき, $a \geq 4$ が成り立つことを示せ.

(3) $a = 5$ とする. $f(x)$ がある実数 s, t, u, v を用いて

$$f(x) = (x - s)(x - t)(x - u)(x - v)$$

と因数分解できるような自然数 b の値をすべて求めよ.