

2 1個のさいころを  $n$  回投げて、 $k$  回目に出た目が 1 の場合は  $X_k = 1$ 、出た目が 2 の場合は  $X_k = -1$ 、その他の目が出た場合は  $X_k = 0$  とする。

$$Y_k = \cos\left(\frac{\pi}{3}X_k\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}X_k\right)$$

とおき、 $Y_1$  から  $Y_n$  までの積  $Y_1Y_2Y_3\cdots Y_n$  を  $Z_n$  で表す。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

以下の問いに答えよ。

- (1)  $Z_2$  が実数でない確率を求めよ。
- (2)  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$  がいずれも実数でない確率を求めよ。
- (3)  $Z_n$  が実数となる確率を  $p_n$  とする。 $p_n$  を  $n$  を用いて表し、極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$  を求めよ。