

4 自然数 n , 実数 θ , 虚数単位 i , 1 でない複素数 z に対する公式

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

$$1 + z + \cdots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$$

を利用して, 次の問いに答えよ. ただし, $0 < r < 1$

(1) $C_n = 1 + r \cos \theta + \cdots + r^n \cos n\theta$,

$S_n = r \sin \theta + r^2 \sin 2\theta + \cdots + r^n \sin n\theta$ を計算せよ.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} C_n$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.