

3 t の関数 $x(t)$ と $y(t)$ が, それぞれ微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = x, \quad \frac{dy}{dt} = -2y$$

を満たしている. このとき, 次の (1), (2) に答えよ.

(1) 関数 $z(t) = x(t) + y(t)$ は $t = \log 2$ で極値 3 をとる. $z(t)$ を求めよ.

(2) (1) で求めた $z(t)$ は, 任意の s, t に対して

$$z(s) \geq z(t) + (s - t)z'(t)$$

を満たすことを証明せよ.