

1 座標平面において，任意の点 $P(u, v)$ を直線 $y = mx$ ($m \neq 0$) の上へ正射影した点を $Q(u', v')$ とする．

(1) $\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ を満たす行列 A を求めよ．

(2) (1) の行列 A に対して，等式 $A^2 = A$ を示せ．

(3) (1) の行列 A と単位行列 E の和 $A + E$ を B とすると，自然数 n に対して，
 $B^n = (2^n - 1)A + E$ が成り立つことを示せ．

(4) (3) の行列 B で表される 1 次変換によって，直線 $y = ax$ がそれ自身の上へうつされるように，定数 a を定めよ．