

5  $X$  と  $Y$  は互いに独立な確率変数である． $X$  は  $1$  と  $a$  ( $a > 3$ ) の 2 つの値をとり， $Y$  は  $1$  と  $3$  の値をとる． $X = 1$  である確率を  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ )， $Y = 1$  である確率を  $q$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) とし， $Z = X - Y$  とする．

(1)  $Z$  の確率分布を求めよ．

(2) 事象  $Z \geq 0$  の確率を  $P(Z \geq 0)$  とする． $P(Z \geq 0) \leq \frac{1}{2}$  を満たす点  $(p, q)$  の集合を図示せよ．

(3)  $Z$  の期待値 (平均) を  $E(Z)$  とする． $E(Z) \geq 0$  を満たす点  $(p, q)$  の集合を図示せよ．

(4)  $P(Z \geq 0) \leq \frac{1}{2}$ ， $E(Z) \geq 0$  を同時に満たす点  $(p, q)$  が存在するための  $a$  の条件を求めよ．