

2 実数  $a, b, c$  に対して, 関数  $f(x)$  および行列  $A$  を

$$f(x) = a \cos^2 x + 2b \cos x \sin x + c \sin^2 x$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$$

とする.

- (1)  $\alpha, \beta$  は 2 次方程式  $t^2 - (a + c)t + ac - b^2 = 0$  の解で,  $\alpha \leq \beta$  であるとするとき, 関数  $f(x)$  の最小値は  $\alpha$  に等しく, 最大値は  $\beta$  に等しいことを示せ.
- (2) 行列  $A$  は  $A^2 = A$  を満たすとする. このとき関数  $f(x)$  の最小値と最大値を求めよ.