

1 平面上の2点  $P(a, c)$ ,  $Q(b, d)$  に対して, 1次変換  $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  を考える. 原点  $O$  を中心とする単位円  $x^2 + y^2 = 1$  を  $C$  とする.

(1)  $P, Q$  がともに  $C$  上にあり, ベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  が直交するとき, この1次変換は  $C$  上の任意の点を  $C$  上に移すことを示せ.

(2) 逆に, この1次変換が  $C$  上の任意の点を  $C$  上に移すならば,  $P, Q$  はともに  $C$  上の点であり, かつベクトル  $\overrightarrow{OP}$  と  $\overrightarrow{OQ}$  は直交していることを示せ.