4　a を正数とし，関数 $f(x) = ae^x + \dfrac{1}{x}$ を $x > 0$ において考える．

(1)　$x > 0$ において $x^2 e^x = \dfrac{1}{a}$ を満たす x の値は一意的に定まることを示せ．また，その x の値を $p(a)$ とするとき，関数 $f(x)$ は $x = p(a)$ で最小値をとることを示せ（以下，この最小値を $g(a)$ で表す）．

(2)　$p(a)$，$g(a)$ の導関数をそれぞれ $p'(a)$，$g'(a)$ とするとき，$p'(a) < 0$，$g'(a) > 0$ が成り立つことを示せ．

(3)　$\displaystyle\lim_{a \to +0} p(a) = +\infty$ が成り立つことを $y = x^2 e^x$ のグラフを利用して説明せよ．さらに，極限 $\displaystyle\lim_{a \to +0} \frac{|\log a|}{p(a)}$ および $\displaystyle\lim_{a \to +0} g(a)|\log a|$ を計算せよ．必要なら，$\displaystyle\lim_{t \to +\infty} \frac{\log t}{t} = 0$ を用いてよい．