

5 2つのサイコロを同時に投げる試行を n 回行う。2つのサイコロの出た目の和が a 以下であるという事象を A とし、事象 A の起こる確率を p とする。

n 回の試行のうち、事象 A の起こる回数を X とし、 $X = r$ となる確率を $q(r)$ とする。
ただし、 a, r は整数で、 $2 \leq a \leq 12$ とする。

(1) X の期待値を n, p で表せ。

(2) 整数 a を用いて p を表せ。

(3) 比 $\frac{q(r+1)}{q(r)}$ を n, p, r で表せ。これを利用して、 $q(r)$ が $r = r_0$ ($1 \leq r_0 \leq n-1$) で最大となるためには $\frac{r_0}{n+1} < p < \frac{r_0+1}{n+1}$ が成り立つことが必要十分であることを示せ。

(4) $n = 10$ のとき、 $q(r)$ が $r = 7$ で最大となる整数 a を求めよ。