

1 xy 平面において、最高次の係数が 1 の 3 次関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ のグラフ C を考える．そして、恒等変換ではない 1 次変換 $\begin{cases} x' = \alpha x + \beta y \\ y' = \gamma x + \delta y \end{cases}$ による C の像は C に一致するとする．このとき、次の問に答えよ．

- (1) 3 次関数の係数 a, b, c および 1 次変換の係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ はそれぞれどのようなものでなければならないか．
- (2) 上記の 3 次関数が $x = x_0$ で極大値 y_0 を持つ場合、関数ごとに定まる xy 平面の点 (x_0, y_0) の全体はいかなる曲線上にあるか．