

3 a, b をある実数とし,

$$I = \int_a^b e^{-x} \sin x dx, \quad J = \int_a^b e^{-x} \cos x dx$$

とする.

(1) 2つの等式

$$I - J = e^{-a} \sin a - e^{-b} \sin b, \quad I + J = e^{-a} \cos a - e^{-b} \cos b$$

が成り立つことを示せ.

(2) n を正の整数とし, 区間 $[(n-1)\pi, n\pi]$ において, 関数 $y = e^{-x} \sin x$ のグラフと x 軸とで囲まれた部分の面積 A_n を求めよ.

(3) A_n ($n = 1, 2, \dots$) の総和 $S = \sum_{n=1}^{\infty} A_n$ を求めよ.