

3 自然数  $n > 1$  に対して  $a_n = \log[(n-1)!] + \frac{1}{2} \log n$  とする．次の問いに答えよ．

(1) 曲線  $y = \log x$  上の点  $(k, \log k)$  における接線と 2 直線  $x = k - \frac{1}{2}$  と  $x = k + \frac{1}{2}$ ，

および  $x$  軸で囲まれた部分の面積を求めよ．ただし， $k \geq 2$  とする．

(2)  $\log[(n-1)!] \geq \left(n - \frac{1}{2}\right) \log \left(n - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2} \log \left(\frac{3}{2}\right) - (n-2)$  を示せ．

(3)  $a_n > n \log n - n + \frac{3}{2} \left[1 - \log \left(\frac{3}{2}\right)\right]$  を示せ．