

4 関数 $f(x) = x^{a+1}e^{-bx}$ (ただし, a, b は自然数) の $x \geq -1$ における最大値を M とするとき, 次の問に答えよ.

(1) $x > -1$ で定義された関数 $g(x) = \left(\frac{x+1}{c}\right)^{x+1}$ の最小値を求めよ. ただし, c は正の定数とする.

(2) $b = 1$ のとき, すべての自然数 a に対して $M > \frac{1}{5}$ となることを示せ.

(3) サイコロが 1 個と, 表に 1, 裏に 2 の数字が書かれているコインが 1 枚あり, これらを同時に投げる. a をこのとき出たサイコロの目の数, b をコインの数字とするとき, M が $\frac{1}{5}$ 以上となる確率を求めよ.