

4 以下の問いに答えよ．

- (1) 碁石（ごいし）には白と黒の 2 種類の石がある．ところが A 君は『任意の碁石の集合は 1 種類の石しか含まない』ことを以下のように証明しようとした．A 君の数学的帰納法の適用方法が誤っている理由を説明せよ．

〔A 君の証明〕

どの碁石の集合 S も 1 種類の石しか含まないことを証明したい．そこで集合 S に含まれる碁石の数 n に関する数学的帰納法によってこのことを証明する．

- (I) $n = 1$ の場合を考える．1 個の碁石からなるどの碁石の集合 S についても， S に含まれる碁石は明らかに 1 種類である．
- (II) $n = k$ の場合に成立することを仮定する．すなわち， k 個の碁石を含むどの碁石の集合 S についても， S に含まれる碁石は 1 種類であることを仮定する．そして， $n = k + 1$ の場合に成立することを示す．すなわち， $k + 1$ 個の碁石を含む碁石の集合 T を任意に選んだとき， T に含まれる碁石は 1 種類であることを証明する．

T から勝手に 2 つの碁石 a と b をとる．残りの集合を T' とする． T' に a を加えた集合は k 個の碁石を含むので，帰納法の仮定から，この集合に含まれる碁石は 1 種類である．したがって， T' に含まれる碁石と a とは同じ種類である．一方， T' に b を加えた集合も k 個の碁石を含むから，同様にして， T' に含まれる碁石と b とは同じ種類である．ゆえに a と b は同じ種類である．

すなわち， T は 1 種類の碁石からなる．

- (2) 20 円以上の任意の値段分の切手は 5 円切手と 6 円切手の組み合わせとして買えることを示せ．