

1  $a, b$  を正の定数とする．図のように直線  $L$  が第 1 象限において，楕円

$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  と点  $P(s, t)$  (ただし,  $s > 0, t > 0$ ) で接している．以下の設問に答えよ．

- (1) 楕円  $C$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積が  $\frac{4}{3}\pi ab^2$  であることを証明せよ．
- (2) 楕円  $C$  の第 1 象限の部分,  $x$  軸,  $y$  軸および直線  $L$  で囲まれた図形 (図中の斜線部分) を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を  $V$  とする． $V$  を  $s, t$  を用いて表せ．
- (3) 接点  $P(s, t)$  が楕円  $C$  の第 1 象限の部分を動くとき,  $V$  の最小値を求め, その時の  $P(s, t)$  を求めよ．