

1 平面上を運動する点  $P(x, y)$  の時刻  $t$  での  $x$  座標と  $y$  座標が

$$x = \frac{e^t - e^{-t}}{2}, \quad y = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

で表されている。ただし、 $e$  は自然対数の底である。原点を  $O$ 、点  $(0, 1)$  を  $M$  とする。 $t$  が  $t \geq 0$  の範囲で変化したとき、点  $P$  が描く曲線を  $C$  とする。時刻  $t$  において、曲線  $C$ 、線分  $OM$ 、および線分  $OP$  で囲まれる図形の面積を  $A(t)$  で表し、曲線  $C$  と線分  $MP$  で囲まれる図形の面積を  $S(t)$  で表す。次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P(x, y)$  の座標  $x, y$  に対して  $y$  を  $x$  を用いて表せ。
- (2) 時刻  $t$  を用いて  $A(t)$  と  $S(t)$  を表せ。
- (3)  $A(t) - S(t)$  が最大となる時刻  $t$  を求めよ。