

### 3 次の問いに答えよ .

(1) すべての正の実数  $x, y$  に対して , 不等式  $x \log x - x \log y - x + y \geq 0$  が成り立つことを示せ . ここで  $\log$  は自然対数を表す .

(2)  $a, b$  は実数で  $a < b$  とする . 関数  $f(x)$  と  $g(x)$  は閉区間  $[a, b]$  で正の値をとる連続関数で ,  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$  をみたす . このとき , 不等式

$$\int_a^b f(x) \log f(x) dx \geq \int_a^b f(x) \log g(x) dx$$

が成り立つことを示せ .

(3)  $a, b$  は実数で  $a < b$  とする . 閉区間  $[a, b]$  で正の値をとる連続関数  $f(x)$  に対し正の実数  $M$  を  $M = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$  とする . 不等式

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \log f(x) dx \geq M \log M$$

が成り立つことを示せ .