2 連立不等式 $0 \leqq x \leqq 6$，$0 \leqq y \leqq 4$ の表す領域を D とし，連立不等式 $0 \leqq x \leqq 6$，$4 < y \leqq 7$ の表す領域を E とする．$0 \leqq t \leqq 6$ として，点 P が $O(0,\,0)$，$A(t,\,4)$，$B(6,\,7)$ を結ぶ折れ線 OAB 上を O から B まで移動している．ただし，領域 D 内では一定の速さ u で動き，領域 E 内では一定の速さ v で動くものとする $(u > 0,\, v > 0)$．また，直線 OA と直線 $x = 0$ がなす角を α，直線 AB と直線 $x = 6$ がなす角を β とする $\left(0 \leqq \alpha \leqq \dfrac{\pi}{2},\, 0 \leqq \beta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 点 P が O から B まで移動するのに要する時間を $f(t)$ とする．$f(t)$ を t の式で表せ．さらに，$f(t)$ が区間 $0 < t < 6$ において最小値をもつことを証明せよ．

(2) 点 A が所要時間を最小にする位置にあるとき

$$\frac{\sin\alpha}{u} = \frac{\sin\beta}{v}$$

が成り立つことを示せ．

(3) 点 A が所要時間を最小にする位置にあり，かつ $\beta = 2\alpha$ が成立するとき，$\dfrac{u}{v}$ の値を求めよ．