

4 原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の球面上に点  $A, B, C$  を置き,  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とする. ベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  間の内積に,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = kr^2$ ,  $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$  (ただし,  $0 \leq k < 1$ ) の関係がある場合について, 次の問いに答えよ.

(1) 平面  $ABC$  上の点  $N$  について, ベクトル  $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$  を  $\vec{n} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$  で表すとき,  $s + t + u = 1$  となることを示せ.

(2) (1) のベクトル  $\overrightarrow{ON}$  の大きさが最小となるような  $s, t, u$  を,  $k$  を用いて示せ.

(3) 点  $O, A, B, C$  を頂点とする三角錐の体積  $V$  を,  $k$  と  $r$  を用いて示せ.