

3 空間ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ について次の問いに答えよ。ただし、 h と k は実数とする。

(1) $h\vec{a} + \vec{b}$ が \vec{a} と垂直であるとき、すべての実数 x に対して、

$$|x\vec{a} + \vec{b}| \geq |h\vec{a} + \vec{b}|$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $\vec{0}$ はすべてのベクトルと垂直であるとする。

(2) $h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}$ が \vec{a}, \vec{b} のいずれとも垂直であるとき、すべての実数 x, y に対して、

$$|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}| \geq |h\vec{a} + k\vec{b} + \vec{c}|$$

が成り立つことを示せ。

(3) $\vec{a} = (1, 1, 1), \vec{b} = (1, 4, -2), \vec{c} = (-3, -6, 6)$ とするとき、 $|x\vec{a} + y\vec{b} + \vec{c}|$ の最小値を与える実数 x, y と、そのときの最小値を求めよ。