

4 平面上に異なる n 個の点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ を考える。ただし、 $x_k > 0$ ($k = 1, 2, \dots, n$) とする。また、次の関数 $f(a)$ の最小値を与える a を a_0 とする。

$$f(a) = \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k)^2$$

- (1) a_0 を求めよ。
- (2) n 個の点のいずれも、直線 $y = a_0x$ 上にはないものとする。このとき、 n 個の点のうち少なくとも 1 点は直線 $y = a_0x$ の上側にあることを示せ。
- (3) $x_k = bk, y_k = c$ ($k = 1, 2, \dots, n$) とする。ここで、 b, c は正の定数である。このとき、 n 個の点のうちの 1 点が直線 $y = a_0x$ 上にあるための条件は、 b, c によらない条件であることを示せ。