

2 t を $0 \leq t \leq 1$ を満たす数とし, 空間内の 4 点 $A(t, 0, 1)$, $B(1, t, 0)$, $C(0, 1, t)$, $P\left(\frac{4}{9}t, \frac{4}{9}t, \frac{4}{9}t\right)$ を考える. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\triangle ABC$ は正三角形であることを示し, その面積 $S(t)$ を求めよ.
- (2) $\triangle ABC$ の重心を G とする. \overrightarrow{PG} は \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} の両方に垂直であることを示せ.
- (3) 四面体 $PABC$ の体積 $V(t)$ を求めよ. また $V(t)$ の最小値とその最小値を与える t の値を求めよ.