

3 点  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  が, 行列を用いて次のように与えられている.

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えよ.

- (1)  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  のときの  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  を  $P_n$  とする. 点  $P_n$  の座標を求めよ.
- (2)  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  のときの  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  を  $Q_n$  とする. 点  $Q_n$  の座標を求めよ.
- (3)  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$  (ただし  $k$  は正の実数) のときの  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  を  $R_n$  とする. 点  $R_n$  の座標を求めよ.
- (4) 点  $R_n$  と点  $R_{n-1}$  の間の距離を  $|R_n R_{n-1}|$  とする.  $\sum_{n=1}^{\infty} |R_n R_{n-1}|$  を求めよ.