

4 表と裏の出る確率が $\frac{1}{2}$ ずつの硬貨を投げ、表なら 1 点、裏なら 0 点とする。 k, n を正の整数として、以下の問いに答えよ。

- (1) 硬貨を繰り返し投げ、得点の合計が 3 点に達したら終了することにする。ちょうど 5 回目で終了する確率はいくらか。また、ちょうど n 回目で終了する確率を q_n とするとき、 $\sum_{i=1}^n q_i = 1 - \frac{n^2 + n + 2}{2^{n+1}}$ を証明せよ。
- (2) 硬貨を繰り返し投げ、得点の合計が k 点に達したら終了することにする。ちょうど n 回目で終了する確率を $p_k(n)$ とする。 k を固定したまま n を動かすときの $p_k(n)$ の最大値を求めよ。