

4 関数  $f(x) = -x \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $0 < x < \pi$  の範囲で、方程式  $f''(x) = 0$  がただ 1 つの解  $x = a$  をもつことを示せ。
- (2) 上の (1) で存在が示された  $a$  に対して、 $a < x < \pi$  の範囲で、方程式  $f'(x) = -1$  がただ 1 つの解  $x = b$  をもつことを示し、その値  $b$  を求めよ。また、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(b, f(b))$  における法線  $m$  の方程式を求めよ。
- (3) 上の (2) で求めた法線  $m$  と曲線  $y = f(x)$  および  $y$  軸とで囲まれた図形を、 $x$  軸のまわりに回転させてできる回転体の体積  $V$  を求めよ。