

2 2次の正方行列  $A, B$  はそれぞれ

$$A \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad A \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$B \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad B \begin{pmatrix} 8 \\ -11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

をみたすものとする。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $E$  は2次の単位行列を表すものとする。

- (1) 行列  $A, B, A^2, B^2$  を求めよ。
- (2)  $(AB)^3 = E$  であることを示せ。
- (3) 行列  $A$  から始めて、 $B$  と  $A$  を交互に右から掛けて得られる行列

$$A, AB, ABA, ABAB, \dots,$$

および行列  $B$  から始めて、 $A$  と  $B$  を交互に右から掛けて得られる行列

$$B, BA, BAB, BABA, \dots$$

を考える。これらの行列の中で、相異なるものをすべて成分を用いて表せ。